

بسم الله الرحمن الرحيم





وزارت علوم تحقیقات و فناوری  
دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته  
دانشکده علوم و فناوری‌های نوین  
گروه ریاضی

---

---

## نوشتن پایان‌نامه کارشناسی ارشد دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته

---

---

پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته ریاضی گرایش کاربردی

فرید صابری موحد

استاد/استادان راهنما

دکتر نام و نام خانوادگی راهنمای اول

دکتر نام و نام خانوادگی راهنمای دوم

استاد/استادان مشاور

دکتر نام و نام خانوادگی مشاور اول

دکتر نام و نام خانوادگی مشاور دوم

آذر ۱۳۹۵





وزارت علوم تحقیقات و فناوری  
دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته  
دانشکده علوم و فناوری‌های نوین  
گروه ریاضی

آقای فرید صابری موحد پایان‌نامه خود را با عنوان:

نوشتن پایان‌نامه دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته

در تاریخ ۱۳۹۵/۹/۱۵ به عنوان یکی از شرایط احراز درجه کارشناسی ارشد ارائه و اعضای هیات داوران آن را از نظر فرم و محتوا تایید نموده و پذیرش آن را برای تکمیل درجه کارشناسی ارشد پیشنهاد می‌نمایند.

اعضاء هیات داوران	نام و نام خانوادگی	رتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنمای اول	نام و نام خانوادگی	استاد تمام	
۲- استاد راهنمای دوم	نام و نام خانوادگی	استادیار	
۳- استاد مشاور اول	نام و نام خانوادگی	دانشیار	
۴- استاد مشاور دوم	نام و نام خانوادگی	استاد تمام	
۵- داور	نام و نام خانوادگی	استاد تمام	
۶- داور	نام و نام خانوادگی	استاد تمام	
۷- نماینده دانشکده	نام و نام خانوادگی	استاد تمام	





وزارت علوم تحقیقات و فناوری

تعهدنامه

## تعهدنامه اصالت اثر و رعایت حقوق مادی و معنوی

اینجانب **فرید صابری موحد** تعهد می‌نمایم که:

- ۱- مطالب مندرج در این پایان‌نامه، حاصل کار پژوهشی اینجانب است و به دستاوردهای پژوهشی دیگران که در این نوشته از آن استفاده شده است ارجاع گردیده است.
- ۲- این پایان‌نامه از نظر محتوی یا تنها با نتایج صد در صد مشابه، پیش از این برای احراز هیچ مدرک هم سطح یا بالاتر ارائه نشده است.
- ۳- انتشار مقاله یا مقالات مستخرج از پایان‌نامه به صورت چاپ در نشریات علمی و یا ارائه در مجامع علمی به نام دانشگاه بوده و استاد راهنما مسئول مکاتبات مقاله باشد.
- ۴- انتشار کتاب حاصل از نتایج پایان‌نامه با مجوز کتبی صادره از طریق حوزه پژوهشی و مطابق با ضوابط دانشگاه انجام شود.
- ۵- ثبت اختراع و تدوین دانش فنی حاصل از نتایج پایان‌نامه با هماهنگی استاد راهنما، از طریق حوزه پژوهشی و مطابق با ضوابط دانشگاه انجام گیرد.

نام و نام خانوادگی دانشجو:

فرید صابری موحد

امضاء:





تقدیم به

چهره ماندگار ریاضی ایران زمین  
پروفسور مهدی رجبعلی پور



## تشکر و قدردانی

منت خدای را عزوجل که طاعتش موجب قرب است و به شکر اندرش مزید نعمت. هر نفسی که فرو می رود ممد حیات است و چون بر می آید مفرح ذات. پس در هر نفس دو نعمت موجود است و بر هر نعمتی شکری واجب (سعی کنید صفحه تشکر و قدردانی را در یک صفحه بنویسید).

**تذکره:** لطفا بیش از یک صفحه برای نوشتن صفحات «تقدیم به» و «تشکر و قدردانی» استفاده نکنید.



## چکیده

زی‌پرشین<sup>۱</sup> یک بسته حروف‌چینی رایگان و متن‌باز برای نگارش مستندات پارسی با موتور زی‌لاتک است و کمک می‌کند تا به آسانی، مستندات را به پارسی حروف‌چینی کرد. بسته زی‌پرشین توسط وفا خلیقی نوشته شده است.

**کلمات کلیدی:** لاتک، زی‌پرشین، زی‌لاتک

---

<sup>۱</sup>XePersian



## فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فصل اول: مقدمه	۱
فصل دوم: یک نوشته ساده با استفاده از زی‌پرشین	۵
۱-۲- تک‌لایو و راهنمای نصب آن	۷
۲-۲- بسته زی‌پرشین (XePersian)	۷
۳-۲- مراجع مناسب	۷
۲-۳-۱- اگر سوالی داشتم، از کی بپرسم؟	۸
۲-۴- چگونه با این قالب پایان‌نامه کار کنیم؟	۸
۲-۵- فونت‌های مورد نیاز	۹
۲-۶-۱- بندها و زیرنویس‌ها	۹
۲-۶-۱-۱- یک زیربخش	۹
۲-۶-۱-۱-۱- یک زیرزیربخش	۹
۲-۶-۲- برچسب‌گذاری	۱۰
۲-۷- نوشته‌های فارسی و انگلیسی مخلوط	۱۰
۲-۸- فرمول‌های ریاضی	۱۱
۲-۸-۱- نحوه فرمول‌نویسی	۱۱
۲-۸-۲- چند نمونه فرمول‌نویسی	۱۲
۲-۸-۳- چند رابطه و محیط پرکاربرد	۱۳
۲-۸-۴- محیط align	۱۵
۲-۸-۵- شماره‌گذاری	۱۶
۲-۹- نوشتن اعداد	۱۷
۲-۱۰- چند نمونه از تولید دستورات جدید	۱۷
۲-۱۱- نوشتن مراجع	۱۹
۲-۱۱-۱- ارجاع به مراجع	۲۰
۲-۱۲- محیط‌های شمارش و نکات	۲۰
۲-۱۲-۱- محیط itemize	۲۰

۲۰	۲-۱۲-۲ محیط enumerate
۲۱	۲-۱۲-۳ محیط description
۲۲	۲-۱۳-۱ محیط قضیه و غیره
۲۴	۲-۱۳-۱ ارجاع به محیط قضیه و غیره
۲۴	۲-۱۳-۲ استفاده از دستور cite در محیط قضیه و غیره
۲۵	۲-۱۴-۱ اضافه کردن تصویر و جدول به نوشته
۲۵	۲-۱۴-۱ اضافه کردن تصویر
۲۶	۲-۱۴-۱-۱ فراخوانی چند شکل کنار یکدیگر
۲۸	۲-۱۴-۲ اضافه کردن جدول
۲۸	۲-۱۴-۳ چند نمونه جدول ساده
۳۰	۲-۱۴-۴ چند مرجع مناسب جهت فراخوانی تصویر و رسم جدول
۳۱	۲-۱۵-۱ دو نمونه الگوریتم
۳۱	۲-۱۵-۱ نمونه اول: الگوریتم فارسی
۳۱	۲-۱۵-۱-۱ شکستن یک الگوریتم فارسی
۳۲	۲-۱۵-۲ نمونه دوم: الگوریتم انگلیسی
۳۲	۲-۱۵-۲-۱ شکستن یک الگوریتم انگلیسی
۳۳	۲-۱۶-۱ وارد کردن یک نمونه کد متلب با استفاده از بسته listings
۳۴	۲-۱۷-۱ اضافه کردن فایل PDF
۳۴	۲-۱۸-۱ محیط شعر

۳۷ فصل سوم: عنوان فصل سوم

۴۱ فصل چهارم: عنوان فصل چهارم

۴۵ فصل پنجم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات

۴۹ فهرست منابع



## فهرست علایم اختصاری

$\mathbb{R}, \mathbb{C}$ .....	میدان اعداد حقیقی و مختلط
$\mathbb{R}^n$ .....	مجموعه بردارهای ستونی و حقیقی $n \times 1$



## فهرست کلمات اختصاری

MR ..... روش باقیمانده کمینه

GI-MR ..... روش باقیمانده کمینه سراسری



## فهرست جداول

۲۸	۲-۱- فرمت مصوب دانشگاه جهت تهیه جدول
۲۸	۲-۲- دو زیرجدول ساده کنار یکدیگر بدون زیرنویس
۲۸	۲-۳- دو زیرجدول ساده کنار یکدیگر بدون توضیح برای زیرنویس
۲۸	۲-۴- دو زیرجدول ساده کنار یکدیگر با زیرنویس
۲۹	۲-۵- سه زیرجدول ساده کنار یکدیگر با زیرنویس
۲۹	۲-۶- نمونه‌ای از یک جدول
۲۹	۲-۷- نمونه‌ای از یک جدول



## فهرست تصاویر

۲۵	۲-۱- در تصویر بالا یک شیر علاقه‌مند به لاتک را در حال دویدن می‌بینید . . . .
۲۶	۲-۲- نمونه اول . . . . .
۲۷	۲-۳- نمونه دوم . . . . .
۲۷	۲-۴- نمونه سوم . . . . .





## فهرست الگوریتم‌ها

۱	الگوریتم فارسی	۳۱
۲	نمونه‌ای از یک الگوریتم فارسی شکسته شده در دو صفحه	۳۱
۳	الگوریتم انگلیسی	۳۲
۴	نمونه‌ای از یک الگوریتم انگلیسی شکسته شده در دو صفحه	۳۲



## فصل اول

### مقدمه



دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته<sup>۱</sup> در انتهای بزرگراه هفت باغ علوی در محدوده‌ای به وسعت ۲۵۰۰ هکتار و در فاصله ۲۷ کیلومتری کرمان در جوار شهر تاریخی ماهان قرار دارد. این دانشگاه در مقطع کارشناسی ارشد و دکتری در سه دانشکده علوم و فناوری‌های نوین، دانشکده مهندسی عمران و نقشه برداری و دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر در زمینه آموزشی و پژوهشی فعالیت می‌نماید.

دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی کرمان با تأسیس دانشکده مهندسی علوم و فناوریهای نوین و توسعه رشته‌های میان رشته‌ای در عرصه مهندسی در تلاش است با تربیت دانشجویان و انجام فعالیتهای پژوهشی جدید در این راستا گام‌های مؤثری بردارد.

بخش اعظم فعالیت‌های پژوهشی دانشگاه در پژوهشگاه علوم و تکنولوژی پیشرفته و علوم محیطی انجام می‌شود این پژوهشگاه دارای چهار پژوهشکده علوم محیطی، فوتونیک، مواد، انرژی و گروه پژوهشی فناوری اطلاعات می‌باشد. این پژوهشکده‌ها در زمینه‌های پژوهشی و آموزشی از جمله اجرای طرح‌های تحقیقاتی، بنیادی و کاربردی، ارتباط علمی با مراکز دانشگاهی و پژوهشی داخل و خارج از کشور و برگزاری سمینارها و کارگاه‌های آموزشی و پذیرش دانشجو در سطح کارشناسی ارشد و دکتری فعالیت دارند. فعالیت‌های فناوری دانشگاه به منظور تبدیل ایده و علم به ثروت در پارک علم و فناوری انجام می‌پذیرد.

یکی از گروه‌های فعال دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته، گروه ریاضی می‌باشد که در حال حاضر در مقاطع ارشد و دکتری فعال می‌باشد. در راستای فعالیت‌های علمی گروه ریاضی، تصمیم بر این گرفته شد که یک قالب مشخص برای نوشتن پایان‌نامه دانشجویان ارشد و دکتری تهیه گردد که هم به صورت یک راهنمای مختصر و در عین حال کامل جهت یادگیری باشد و هم قالبی جهت نوشتن پایان‌نامه باشد. آنچه که خدمت شما ارائه می‌گردد حاصل برنامه‌ریزی گروه ریاضی در همین راستا می‌باشد و می‌تواند راهنمایی برای نوشتن نخستین نوشته فارسی یک کاربر تازه‌کار لاتک و زی‌پرشین باشد. در این راهنما برخی از ویژگی‌های مهم و پرکاربرد لاتک و زی‌پرشین جهت نوشتار معرفی می‌شود. بدیهی است که این دستورات، قطره‌ای از دریای گسترده علم حروف چینی لاتک می‌باشند. برای راهنمایی بیشتر و به‌کاربردن ویژگی‌های پیشرفته‌تر به مراجع فراوان راهنمای لاتک و زی‌پرشین مراجعه کنید.

بی‌شک این راهنما خالی از اشکال نخواهد بود. نظرات اصلاحی همه عزیزان را به دیده منت می‌نهم و با کمال سپاس و قدردانی مورد استفاده قرار خواهیم داد.

fdsaberi@gmail.com

---

<sup>۱</sup><http://www.kgut.ac.ir/>



## فصل دوم

# یک نوشته ساده با استفاده از زی‌پرشین





## ۲-۱- تک‌لایو و راهنمای نصب آن

بطور خیلی خلاصه، لاتک که در یک متن ساده به صورت  $\text{\LaTeX}$  نوشته می‌شود، یک سیستم حروف چینی متون علمی و عمومی است. جهت استفاده از امکانات لاتک، نیاز به یک نرم افزار توزیع می‌باشد. در همین راستا، یکی از توزیع‌های رایگان و مشهور جهت استفاده از لاتک، توزیع تک‌لایو (TeXLive) است و اطلاعات مربوط به آن را می‌توانید از [سایت رسمی آن](http://www.tug.org/texlive)<sup>۱</sup> دریافت کنید. تک‌لایو در همه سیستم‌عامل‌های ویندوز، لینوکس و مکینتاش به کار می‌رود. بویژه، اگر سیستم‌عامل شما ویندوز و یا لینوکس است به شدت توصیه می‌شود که از یک نسخه کامل تک‌لایو استفاده کنید و جدیدترین نسخه iso توزیع تک‌لایو یعنی (texlive2017.iso)، از [اینجا](#) قابل دانلود است.

همچنین تک‌لایو را می‌توانید به صورت پستی از [سایت پارسی لاتک](#)<sup>۲</sup> سفارش دهید. مورد دوم حاوی مثالهای فارسی متنوعی شامل نمونه پایان‌نامه، نمونه مقاله، جدول و غیره است که کارکردن اجزای مختلف آن مورد بررسی قرار گرفته است [۶]. برای راهنمایی نصب تک‌لایو، با جستجوی عبارت «راهنمای نصب تک‌لایو» در گوگل، می‌توانید از یکی از سایت‌های رسمی [پارسی لاتک](#) یا [پانویس](#) با نحوه نصب آشنا شوید.

## ۲-۲- بسته زی‌پرشین (XePersian)

یکی از بسته‌هایی که به همراه نصب تک‌لایو به صورت اتوماتیک به سیستم اضافه می‌شود، بسته زی‌پرشین<sup>۳</sup> است. بسته زی‌پرشین یک بسته حروف چینی رایگان برای نگارش مستندات پارسی و انگلیسی است. در واقع، زی‌پرشین کمک می‌کند تا به آسانی، مستندات را به پارسی، حروف چینی کرد. این بسته توسط وفا خلیقی نوشته شده است.

## ۲-۳- مراجع مناسب

برای یادگیری  $\text{\LaTeX}$  مراجع بسیار زیادی وجود دارد. اما همواره به خاطر داشته باشید که برای یادگیری  $\text{\LaTeX}$  بیش از آن‌که به خواندن مراجع گوناگون نیاز داشته باشید، به تمرین و ممارست نیاز دارید. برخی از مهمترین مراجع مورد نیاز در قسمت «مراجع مناسب برای یادگیری  $\text{\LaTeX}$ » از لینک زیر قابل مشاهده است:

<http://www.parsilatex.com/wiki>

---

<sup>۱</sup><http://www.tug.org/texlive>    <sup>۲</sup><http://www.parsilatex.com>    <sup>۳</sup>XePersian

همچنین، کتاب الکترونیکی **ویکی لاتک**<sup>۱</sup> و پایگاه اینترنتی **Sharelatex**<sup>۲</sup> مراجع بسیار مناسبی جهت یادگیری می باشند. در هر پیوند این مراجع، یک مبحث پرکاربرد در لاتک به همراه تعدادی مثال ذکر شده است. به عنوان مثال اگر شما می خواهید یک جدول خاص را ترسیم کنید، کافی است که سری به پیوند مربوط به **ترسیم جدول در ویکی بوک** بزنید، و به احتمال زیاد جدول مناسب خود را در بین مثال های پیوند یاد شده پیدا خواهید نمود. پیوندهای ویکی بوک  $\text{\LaTeX}$  و Sharelatex جزو اولین و یا دومین نتایج جستجو در موتورهای جستجو هستند.

### ۲-۳-۱- اگر سوالی داشتم، از کی بپرسم؟

برای پرسیدن سوال های خود موقع حروف چینی با زی پرشین، می توانید به **تالار گفتگوی پارسی لاتک** مراجعه کنید و به علاوه در همین راستا، <http://xelinic.ir/> نیز پایگاه مناسبی است [۶، ۷]. همچنین می توانید به سایت زیر مراجعه کنید:

<http://tex.stackexchange.com>

برای این سایتهای پیشنهادی، توصیه می شود که حتما یک پروفایل کاربری برای خود درست نمایید.

### ۲-۴- چگونه با این قالب پایان نامه کار کنیم؟

برای تایپ و پردازش اسناد لاتک باید از یک ویرایشگر مناسب استفاده کنید. به همراه تک لایو ویرایشگر TeXworks به صورت اتوماتیک نصب می شود که می توانید از آن برای پردازش اسناد خود استفاده کنید. ویرایشگر TeXmaker امکانات بیشتری دارد که نسخه بهینه شده آن برای زی پرشین با نام BidiTeXmaker را می توانید از **سایت پارسی لاتک** دانلود کنید. ویرایشگر دیگر، TeXstudio نام دارد که می توانید از **سایت رسمی آن** دانلود کنید.

بعد از موارد گفته شده، فایل GUATThesis-main.tex را باز کنید و مشخصات فارسی و انگلیسی پایان نامه خود را مثل نام، نام خانوادگی، عنوان پایان نامه و غیره را جایگزین مشخصات موجود در فایل های GUATThesis-persian-cover.tex و GUATThesis-english-cover کنید. دقت داشته باشید که نیازی نیست نگران چینش این مشخصات در فایل پی دی اف خروجی باشید، همه این کارها به طور خودکار برای شما انجام می شود.

پس از این مراحل، با استفاده از آنچه که در ادامه گفته خواهد شد، قادر می باشید تا قسمت های مختلف پایان نامه، از قبیل کلیه فصل ها، قسمت تشکر و قدردانی، فهرست مراجع، واژه نامه ها و ... را کامل نمایید.

<sup>۱</sup><https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX>    <sup>۲</sup><https://www.sharelatex.com/learn/Contents>

## ۲-۵- فونت‌های مورد نیاز

برای نگارش این پایان نامه، باید فونت‌های HB XZar، Times New Roman و XB Titre روی سیستم شما نصب شده باشد. همچنین در صورتی که در بعضی از قسمت‌ها نیاز به استفاده از فونت نستعلیق را دارید به فونت IranNastaliq نیز نیاز می‌باشد. فونت‌های خواسته شده در پوشه‌ای تحت عنوان required fonts در کنار پوشه اصلی پایان‌نامه قرار داده شده‌اند. از داخل این پوشه، فونت‌ها را انتخاب و در پوشه Fonts متعلق به پنجره Control Panel اضافه نمایید.

## ۲-۶- بندها و زیرنویس‌ها

هر جایی از نوشته خود، اگر می‌خواهید به سر سطر بعد بروید، کافیت از همان جایی که می‌خواهید سطر بعد بروید از \ استفاده کنید. همچنین، اگر می‌خواهید به سر سطر بعد بروید و یک پاراگراف تازه را آغاز کنید، باید یک خط را خالی بگذارید، مانند این:

یک پاراگراف جدید ...

برای نوشتن زیرنویس انگلیسی<sup>۱</sup> از دستور

\LTrfootnote{English name of footnote}

و برای نوشتن زیرنویس فارسی<sup>۲</sup> از دستور

\footnote{Persian name for footnote}

استفاده کنید.

## ۲-۶-۱- یک زیربخش

این زیربخش ۲-۶-۱ است؛ یعنی یک بخش درون بخش ۲-۶ است. در لاتک می‌توانید بخش‌های تودرتو در نوشته‌تان تعریف کنید تا ساختار منطقی نوشته را به خوبی نشان دهید. می‌توانید به این بخش‌ها هم با شماره ارجاع دهید، مثلاً زیربخش ۲-۶-۱.

## ۲-۶-۱-۱- یک زیرزیربخش

این زیربخش ۲-۶-۱-۱ است؛ یعنی یک بخش درون بخش ۲-۶-۱ است.

---

<sup>۱</sup>English footnote    <sup>۲</sup>زیرنویس فارسی

## ۲-۶-۲ برچسب گذاری

به هر محیط شماره دار شده مانند فصل، بخش، زیربخش، جدول، شکل، الگوریتم، فرمول ریاضی، قضیه، تعریف، گزاره، لم و ... می‌توان با استفاده از دستور `\label{name}` یک نام به محیط شماره دار شده نسبت داد. این برچسب گذاری‌ها به ما کمک می‌کند که بعداً بتوانیم با فرمان

`\ref{name}` or `\eqref{name}`

به شماره محیط مورد نظر خود ارجاع دهیم (فرق دستور `\eqref{name}` با دستور `\ref{name}` در این هست که با استفاده از دستور `\eqref{name}` پرانتزهایی به شکل  $()$ ، در اطراف شماره مدنظر قرار می‌گیرند).

مزیت دیگر برچسب گذاری این است که اگر جای فرمول‌ها را عوض کنید یا فرمول‌های دیگری را اضافه و کم کنید، این شماره‌ها با یک بار اجرا کردن فایل، به طور خودکار، بروز می‌شوند. البته دقت داشته باشید که بعد از یک بار اجرای فایل، به جای شماره، دو علامت  $??$  ظاهر می‌شود؛ بنابراین باید فایل را یک بار دیگر نیز اجرا کنید تا شماره مورد نظر چاپ شود [۷].

برای مثال در فرمول بخش ۲-۸، برچسب زیر را به آن اختصاص دادیم:

`\label{yek}`

این نام ما را قادر می‌کند که بعداً بتوانیم با فرمان `\eqref{yek}` به شماره آن فرمول ارجاع دهیم. یعنی بنویسیم فرمول (۲-۲).

**تذکره ۱ (بسیار مهم).** در انتخاب نام مناسب برای برچسب خود، مجاز هستید هر نامی را که می‌خواهید انتخاب کنید. توجه کنید هیچگاه دستور `\label{name}` در خروجی چاپ نمی‌شود، ولی به ما کمک می‌کند تا در ارجاع دهی خود از آن استفاده کنیم و در مدیریت شماره گذاری‌ها خیلی کمکی بزرگی خواهد بود.

## ۲-۷- نوشته‌های فارسی و انگلیسی مخلوط

هرگاه خواستید در داخل متن خود، هم کلمه فارسی داشته باشید و هم انگلیسی، در اینصورت برای نوشتن کلمه انگلیسی از دستور `\lr{}` استفاده کنید. برای مثال به تفاوت کلمه English (بدون دستور `\lr{}`) و English (با دستور `\lr{English}`) توجه نمایید. داخل متن، یک عبارت کوتاه انگلیسی مانند Graduate University of Advanced Technology را هم می‌توانید با دستور `\lr{}` بنویسید.

اما اگر قصد دارید، چند خط نوشته انگلیسی داشته باشید و جدای از نوشته فارسی خود باشد، از محیط `latin` به صورت زیر استفاده کنید، مانند مثال زیر:

`\LaTeX` is a high-quality typesetting system; it includes features designed for the production of technical and scientific documentation.

## ۸-۲ فرمول‌های ریاضی

در این بخش به نحوه نوشتن فرمول‌های ریاضی می‌پردازیم و چند مدل فرمول مهم و پرکاربرد را بیان می‌کنیم. برای اطلاعات بیشتر، دو لینک زیر بسیار می‌توانند سودمند باشند:

(1) <https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/Mathematics>

(2) <https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/AdvancedMathematics>

### ۸-۲-۱ نحوه فرمول نویسی

برای نوشتن فرمول‌های ریاضی، اگر فرمول ریاضی مورد نظر در لابلای متن باشد از دستور زیر استفاده کنید:

`$type your equation$`

و اگر قصد دارید در یک خط جداگانه، فرمول خود را بدون داشتن شماره تایپ کنید، از یکی از دو دستور زیر استفاده کنید:

(1) `\[type your equation\]`

(2) `\begin{equation*}`  
`type your equation`  
`\end{equation*}`

حال اگر قصد دارید فرمول ریاضی مورد نظر خود شماره بخورد، از دستور زیر استفاده کنید (گذاشتن برچسب الزامی نیست، مگر اینکه بعداً بخواهید به فرمول مورد نظر ارجاع دهید):

`\begin{equation}\label{name}`  
`type equation`  
`\end{equation}`

چند فرمول با شماره:

$$\mathcal{K}_1(A, r_0) \subset \mathcal{K}_2(A, r_0) \subset \cdots \subset \mathcal{K}_d(A, r_0) = \cdots = \mathcal{K}_n(A, r_0). \quad (۱-۲)$$

$$A = \frac{c}{d} + \frac{q^2}{\sin(\omega t) + \Omega_{12}} \quad (۲-۲)$$

چند فرمول بدون شماره:

$$\mathcal{K}_1(A, r_0) \subset \mathcal{K}_2(A, r_0) \subset \cdots \subset \mathcal{K}_d(A, r_0) = \cdots = \mathcal{K}_n(A, r_0).$$

$$A = \frac{c}{d} + \frac{q^2}{\sin(\omega t) + \Omega_{12}}$$

این هم عبارتی ریاضی مانند  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  که لابلای متن می‌آید.

**تذکره ۲.** برای ایجاد فاصله اضافی در داخل یک محیط ریاضی، مطابق با سلیقه کاربر، می‌توان از دستورات `\quad` و `\qqquad` استفاده کرد. این دستورات، مطابق با اندازه قلم موجود در قالب نوشتاری، برای مثال در این پایان نامه 12pt، فاصله ایجاد می‌کنند (هر 1pt تقریباً اندازه یک نقطه (.) است). البته دقت شود که این دستورات `\quad` و `\qqquad` علاوه بر محیط ریاضی، در متن عادی نیز قابلیت ایجاد فاصله را دارند و `\qqquad` دو برابر `\quad` فاصله ایجاد می‌کند. در داخل محیط ریاضی، علاوه بر دستورات اشاره شده، می‌توان با دستورات زیر فاصله ایجاد کرد:

اندازه	توصیف	دستور
3/18 of a quad	فاصله کوچک	<code>\,</code>
4/18 of a quad	فاصله متوسط	<code>\:</code>
5/18 of a quad	فاصله بزرگ	<code>\;</code>
-3/18 of a quad	فاصله منفی	<code>\!</code>

۲-۸-۲ چند نمونه فرمول نویسی

$$X_m = \left( \begin{bmatrix} X_0 & -K_m \\ (W_m^T \diamond R_0) \otimes I_s & (W_m^T \diamond W_m) \otimes I_s \end{bmatrix} / (W_m^T \diamond W_m) \otimes I_s \right),$$

$$\|R_m\|_F^2 = \frac{\det \left( \begin{array}{cc} \|R_0\|_F^2 & \|R_0\|_F e_1^T H_m \\ \|R_0\|_F H_m^T e_1 & \tilde{H}_m^T \tilde{H}_m \end{array} \right)}{\det(\tilde{H}_m^T \tilde{H}_m)}.$$

$$\min_{p\in\mathbb{P}_m}\max_{\lambda\in\sigma(A)}|p(\lambda)|=\left(\sum_{j=1}^{k+1}\prod_{\substack{i=1\\i\neq j}}^{k+1}\frac{|\mu_i|}{|\mu_i-\mu_j|}\right)^{-1}.$$

$$\min_{\substack{x\in X\\y\in Y}}\max_{\substack{\lambda\in\sigma(A)\\ \alpha\in Y}}|p(\lambda,\alpha,x,y)|.$$

$$\text{۲-۸-۳} \quad \text{چند رابطه و محیط پر کاربرد}$$

$$\text{با مراجعه به داخل فایل و دیدن دستوراتی که در داخل آن آمده‌اند، می‌توانید با نحوه نوشتن دسته وسیعی از نمادها، دستورات و فرمول‌های ریاضی آشنا شوید.}$$

$$\pm a_i \qquad a_i^j \qquad \prod_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq m}} M_{i,j}^{i+j} \qquad \sum_{i=1}^{10} t_i \qquad \sqrt[3]{2} \qquad \sqrt{a} \qquad 1393^{2014^{1435}}$$

$$\frac{n!}{k!(n-k)!}=\binom{n}{k} \quad {}^{14}_2\mathbf{C} \quad \leq \quad \geq \quad \neq \quad \cong \quad \simeq \quad \sim \quad \perp$$

$$\subset \subseteq \not\subseteq \quad \exists \quad \nexists \quad \forall \quad \in \quad \notin$$

$$\{2,3,5,7\} \qquad [2,3,5,7]$$

$$\ldots \qquad \ldots \qquad \vdots \qquad \ddots$$

$$\rightarrow \quad \leftarrow \quad \Longrightarrow \quad \Rightarrow \quad \leftrightarrow \quad \Longleftrightarrow \quad \Leftrightarrow$$

$$|x| \quad \|x\| \quad \|A\|_F^2 \quad \left\| \frac{x}{\|x\|} - \frac{y}{\|y\|} \right\| \quad \left\{ \frac{x}{\|x\|}, \frac{y}{\|y\|} \right\} \quad \langle a,b \rangle$$

$ABCD$     $\mathsf{ABCD}$     $\mathcal{ABCD}$    **ABCD**    $\mathsf{ABCD}$     $\mathsf{ABCD}$     $\mathfrak{ABCD}$     $\mathcal{ABCD}$     $\mathbb{ABCD}$

$$A_{m,n} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix} \qquad A_{m,n} = \left[ \begin{array}{cccc} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{array} \right]$$

$$M = \begin{bmatrix} \frac{5}{6} & \frac{1}{6} & 0 \\ \frac{5}{6} & 0 & \frac{1}{6} \\ 0 & \frac{5}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \qquad M = \begin{bmatrix} \frac{5}{6} & \frac{1}{6} & 0 \\ \frac{5}{6} & 0 & \frac{1}{6} \\ 0 & \frac{5}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{matrix} & x & y \\ \begin{matrix} A \\ B \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

یک ماتریس داخل متن باید در فرمت کوچک نوشته شود، یعنی به صورت  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  یا  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

$$\lim_{x\rightarrow 0}\frac{e^x-1}{2x}\overset{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}{=} \lim_{x\rightarrow 0}\frac{e^x}{2}=\frac{1}{2}$$

$$z = \overbrace{\underbrace{x}_{\text{real}} + i \underbrace{y}_{\text{imaginary}}}^{\text{number complex}}$$

$$z = \overbrace{\underbrace{x}_{\text{حقیقی}} + i \underbrace{y}_{\text{موهومی}}}^{\text{عدد مختلط}}$$

$$f(x)=\left\{\begin{array}{ll}x^2&:x<0\\x^3&:x\geq0\end{array}\right.$$

$$u(x)=\begin{cases} \exp x & \text{if } \; x \geq 0 \\ 1 & \text{if } \; x < 0 \end{cases}$$



$$u(x) = \begin{cases} \exp x & x \geq 0 \text{ اگر} \\ 1 & x < 0 \text{ اگر} \end{cases}$$

محیط align -۲-۸-۴

محیط align بدون شماره:

$$\begin{aligned} \varphi(x_* + e) &= \frac{1}{2}(x_* + e)^T A(x_* + e) - b^T(x_* + e) \\ &= \frac{1}{2}x_*^T A x_* + e^T A x_* + \frac{1}{2}e^T A e - b^T x_* - b^T e \\ &= \frac{1}{2}x_*^T A x_* - b^T x_* + e^T b - b^T e + \frac{1}{2}e^T A e \\ &= \varphi(x_*) + \frac{1}{2}e^T A e. \end{aligned}$$

محیط align با شماره:

$$\begin{aligned} \varphi(x_* + e) &= \frac{1}{2}(x_* + e)^T A(x_* + e) - b^T(x_* + e) & (۳-۲) \\ &= \frac{1}{2}x_*^T A x_* + e^T A x_* + \frac{1}{2}e^T A e - b^T x_* - b^T e & (۴-۲) \\ &= \frac{1}{2}x_*^T A x_* - b^T x_* + e^T b - b^T e + \frac{1}{2}e^T A e & (۵-۲) \\ &= \varphi(x_*) + \frac{1}{2}e^T A e. & (۶-۲) \end{aligned}$$

محیط align با شماره و بدون شماره:

$$\begin{aligned} \text{vec}(ABC) &= (C^T \otimes A)\text{vec}(B), \\ \text{trace}(ABC) &= \text{vec}(A^T)^T (I_k \otimes B)\text{vec}(C), & (۷-۲) \\ \text{vec}(ABC) &= (C^T \otimes A)\text{vec}(B), \\ \text{trace}(ABC) &= \text{vec}(A^T)^T (I_k \otimes B)\text{vec}(C). & (۸-۲) \end{aligned}$$

محیط align با شماره مورد علاقه خودمان:

مثال اول:

$$\begin{aligned}\text{vec}(ABC) &= (C^T \otimes A)\text{vec}(B), \\ \text{trace}(ABC) &= \text{vec}(A^T)^T(I_k \otimes B)\text{vec}(C), \quad (\text{معادله اول}) \\ \text{vec}(ABC) &= (C^T \otimes A)\text{vec}(B), \\ \text{trace}(ABC) &= \text{vec}(A^T)^T(I_k \otimes B)\text{vec}(C). \quad (\text{eq. ۱})\end{aligned}$$

مثال دوم:

$$\begin{aligned}-30^\circ\text{C} & \quad (\text{علامت درجه}) \\ {}^{14}_6\text{C} & \quad (\text{عدد اتمی و جرم})\end{aligned}$$

محیط align چند ستونه (برای مثال با سه ستون)

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= x + y & \sigma_2 &= \frac{x}{y} & \sigma_2 &= \frac{x}{y} & (۹-۲) \\ \sigma'_1 &= \frac{\partial x + y}{\partial x} & \sigma'_2 &= \frac{\partial \frac{x}{y}}{\partial x} & \sigma_2 &= \frac{x}{y} & (۱۰-۲)\end{aligned}$$

۲-۸-۵- شماره گذاری

شماره گذاری با اسم مورد علاقه خودمان:

$$\mathcal{K}_1(A, r_0) \subset \mathcal{K}_2(A, r_0) \subset \cdots \subset \mathcal{K}_d(A, r_0) = \cdots = \mathcal{K}_n(A, r_0). \quad (\text{My eq.1})$$

$$\mathcal{K}_1(A, r_0) \subset \mathcal{K}_2(A, r_0) \subset \cdots \subset \mathcal{K}_d(A, r_0) = \cdots = \mathcal{K}_n(A, r_0). \quad (\text{فرمول شماره یک})$$

**شماره گذاری گروهی معادلات:** گاهی با چند معادله مرتبط با هم سروکار داریم که نیاز به شماره گذاری جدید دارند و چون این معادله ها در یک گروه جای میگیرند، بهتر است به صورت گروهی شماره گذاری شوند. مانند مثال زیر:

$$\begin{aligned}\varphi(x_* + e) &= \frac{1}{2}(x_* + e)^T A(x_* + e) - b^T(x_* + e) & (\bar{11}-۲) \\ &= \frac{1}{2}x_*^T A x_* + e^T A x_* + \frac{1}{2}e^T A e - b^T x_* - b^T e & (۱۱-۲ \text{ ب}) \\ &= \frac{1}{2}x_*^T A x_* - b^T x_* + e^T b - b^T e + \frac{1}{2}e^T A e & (۱۱-۲ \text{ ج}) \\ &= \varphi(x_*) + \frac{1}{2}e^T A e. & (۱۱-۲ \text{ د})\end{aligned}$$

## ۲-۹- نوشتن اعداد

- اگر عدد خارج از محیط فرمول نوشته شود، به صورت عدد فارسی نمایش داده خواهد شد، مانند: ۳ کتاب فارسی در زمینه متلب ۲۰۱۶.
- اگر می خواهید یک عدد در داخل خط به صورت یک عدد انگلیسی چاپ شود، عدد را داخل `\lr{number}` بنویسید، مانند متلب 2016.
- اگر عدد داخل فرمول تایپ شود، به صورت یک عدد انگلیسی نمایش داده خواهد شد، مانند  $2x = 3$ .

**تذکره ۳.** دقت شود در قالب حال حاضر دانشگاه، اگر فرمول در خارج از یک خط باشد، مانند

$$x^2 + 4x + 5 = 0,$$

باید عدد داخل آن فرمول به صورت انگلیسی باشد. اما اگر این فرمول داخل متن باشد، مانند `\text{number}` (در صورت تمایل خود و نظر استاد راهنما) با دستور `\text{number}` می توانید عدد فارسی داشته باشید، مانند  $x^2 + 4x + 5 = 0$ .

**تذکره ۴.** استفاده از دستور `\text{number}` یک راه حل موقت می باشد. راه حل کلی، استفاده از دستور زیر است:

```
\usepackage[mathdigits=default]{xepersian}
```

که باعث می شود تمام خواسته های فوق برآورده شود. ولی باید توجه داشته باشیم که برای استفاده از این دستور، باید حتما نسخه TeXLive2014 به بالاتر را داشته باشیم که بسته های آن بروزرسانی شده باشند. راه حل دیگر، استفاده از دستور زیر است:

```
\everymath\expandafter{\the\everymath  
\PersianMathsDigits\SetMathsDigits}  
\DefaultMathsDigits
```

## ۲-۱۰- چند نمونه از تولید دستورات جدید

- با استفاده از دستور

`\newcommand{cmd}{def}`

می‌توان دستوراتی جدید را معرفی کرد و در سراسر پایان نامه از آنها استفاده کرد. برای مثال، اگر در مثال بالا، جای `cmd` قرار دهیم `\danesh` و جای `def` قرار دهیم

دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته

آنگاه با استفاده از دستور `\danesh` قادر خواهیم بود در هرکجای متن، عبارت

دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته

را تولید کنیم.

- با استفاده از دستور `\mathbb{R}` خواهیم داشت  $\mathbb{R}$ . اکنون با تعریف دستور جدید زیر

`\newcommand{\rr}{\mathbb{R}}`

و سپس با استفاده از دستور `\rr` قادر خواهیم بود در هرکجای متن،  $\mathbb{R}$  را تولید کنیم.

- با استفاده از دستور

`\DeclareMathOperator{command}{text}`

قادر خواهیم بود یک عملگر ریاضی را تعریف کنیم. مانند:

`\DeclareMathOperator{\Log}{Log}`

که تابع `Log` را تولید می‌کند.

چند نمونه دیگر از دستورات تعریف شده که در فایل `commands` نیز موجود هستند، به شرح زیر هستند:

```

%%%%%% New commands %%%%%%
\newcommand{\rr}{\mathbb{R}}
\newcommand{\kk}{\mathcal{K}}
\renewcommand{\vec}{\mathrm{vec}}
\newcommand{\seq}[1]{\langle#1\rangle}
\newcommand{\thes1}{x_i, x_{i+1}, \ldots, x_n}
\newcommand{\thes2}[1]{#1_i, #1_{i+1}, \ldots, #1_n}
\newcommand{\thes2}[2]{#1_i, #1_{i+1}, \ldots, #1_{#2}}
%%%%%% New Operators %%%%%%
\DeclareMathOperator{\tr}{trace}
\DeclareMathOperator{\Log}{Log}

```

## ۱۱-۲- نوشتن مراجع

در قسمت مربوط به مراجع تحت عنوان «فهرست منابع»، مراجع برحسب ترتیب ارجاع در متن، به صورت زیر نوشته می‌شوند:

```

\begin{thebibliography}{99}
\begin{LTRbibitems}
\begin{latin}
\bibitem{1}
Kumar N, Jong-Hyouk L, Collaborative-learning-automata-based
channel assignment with topology preservation for wireless mesh
networks under QoS constraints, IEE systems Journal, 2015, 9,
675-685.
\bibitem{2}
Havens T C, Bezdek J C, Leckie C, Hall L O, Palaniswami M,
Fuzzy c-means algorithms for very large data,
IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2015, 20, 1130-1146.
\end{latin}
\end{LTRbibitems}

```

## ۲-۱۱-۱- ارجاع به مراجع

در مراجعی که در بالا به آنها اشاره شد، با دستور `\bibitem{name}` نامی را به هر یک نسبت داده‌ایم. اکنون با دستور `\cite{name}` می‌توان به آن مرجع اشاره کرد. برای مثال با دستور `\cite{1}` به مرجع شماره [۱] اشاره کرده‌ایم (به عبارت دیگر، من برای مرجع شماره ۱، اسم برچسب را ۱ گذاشته‌ام. این نام گذاری دلخواه است، شما می‌توانید نام دلخواه خود را انتخاب کنید، مثلاً بگذارید refl).

همچنین با دستور

`\cite{1,2}`

می‌توان به مراجع [۱، ۲] اشاره کرد. به عنوان نمونه‌ای دیگر، در تولید [۵، تعریف ۱-۳-۵]، از دستور

`\cite[add.text]{keylist}`

استفاده شده است.

## ۲-۱۲- محیط‌های شمارش و نکات

### ۲-۱۲-۱- محیط `itemize`

برای فهرست کردن چند مورد، اگر ترتیب برایمان مهم نباشد، از محیط `itemize` استفاده می‌کنیم. مانند مثال زیر:

- دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته یک دانشگاه دولتی برای مقاطع کارشناسی ارشد و دکتری می‌باشد.
- دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته در استان کرمان و در شهر ماهان واقع شده است.
- رشته ریاضی یکی از رشته‌های فعال این دانشگاه می‌باشد.

### ۲-۱۲-۲- محیط `enumerate`

برای فهرست کردن چند مورد، اگر ترتیب برایمان مهم باشد، از محیط `enumerate` استفاده می‌کنیم. مانند مثال زیر:

۱. دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته یک دانشگاه دولتی برای مقاطع کارشناسی ارشد و دکتری می باشد.

۲. دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته در استان کرمان و در شهر ماهان واقع شده است.

۳. رشته ریاضی یکی از رشته های فعال این دانشگاه می باشد.

نکته ۱ (مهم). می توان موردهای تودرتو داشت. مانند:

۱. دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته یک دانشگاه دولتی برای مقاطع کارشناسی ارشد و دکتری می باشد.

۲. دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته در استان کرمان و در شهر ماهان واقع شده است.

(آ) کرمان

(ب) دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته

(ج) ماهان

۳. رشته ریاضی یکی از رشته های فعال این دانشگاه می باشد.

## ۲-۱۲-۳- محیط description

در صورتی که بخواهیم، محیط شماره گذاری شده با برچسب مورد علاقه خود داشته باشیم، از محیط description استفاده می کنیم. مانند مثال زیر:

**دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته:** این دانشگاه در استان کرمان و شهر ماهان (از توابع شهر کرمان) واقع شده است.

**دانشگاه تهران:** این دانشگاه در استان تهران و شهر تهران واقع شده است.

**دانشگاه فردوسی مشهد:** این دانشگاه در استان خراسان و شهر مشهد واقع شده است.

نکته ۲ (مهم). می توان موردهای تودرتو داشت. مانند:

**دانشگاه تهران:** این دانشگاه در استان تهران و شهر تهران واقع شده است.

دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته: این دانشگاه در استان کرمان و شهر ماهان (از توابع شهر کرمان) واقع شده است.

- کرمان
- دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته
- ماهان

دانشگاه فردوسی مشهد: این دانشگاه در استان خراسان و شهر مشهد واقع شده است.

## ۲-۱۳- محیط قضیه و غیره

تعریف ۲-۱۳-۱ (تعریف اصلی). ضرب کرونگر ماتریس های  $A \in \mathbb{R}^{k \times l}$  و  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  عبارت است از:

$$A \otimes B = [a_{ij}B].$$

گزاره ۲-۱۳-۲ ([۱]). فرض کنید که  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  و  $B \in \mathbb{R}^{s \times s}$  ماتریس های SPD هستند. نگاشت

$$\langle \cdot, \cdot \rangle_{(A,B)} : \mathbb{R}^{n \times s} \times \mathbb{R}^{n \times s} \rightarrow \mathbb{R},$$

$$(X, Y) \rightarrow \langle X, Y \rangle_{(A,B)} := \text{trace}(Y^T A X B),$$

یک ضرب داخلی حقیقی است. به علاوه، نرم متناظر با این ضرب داخلی عبارت است از:

$$\|X\|_{(A,B)} = \|\text{vec}(X)\|_{B \otimes A}, \quad \forall X \in \mathbb{R}^{n \times s}.$$

برهان. روابط زیر را در نظر بگیرید:

$$\langle X, Y \rangle_{(A,B)} = \text{trace}(Y^T A X B) = \text{vec}(Y)^T \text{vec}(A X B).$$

از آنجا که  $B \otimes A$  یک ماتریس SPD است، در نتیجه این نگاشت یک ضرب داخلی است. همچنین،

$$\|X\|_{(A,B)}^2 = \text{trace}(X^T A X B) = \text{vec}(X)^T (B \otimes A) \text{vec}(X).$$

روابط زیر براحتی اثبات خواهند شد:

$$\text{vec}(ABC) = (C^T \otimes A) \text{vec}(B),$$



$$\begin{aligned}\text{trace}(ABC) &= \text{vec}(A^T)^T(I_k \otimes B)\text{vec}(C), \\ \text{vec}(ABC) &= (C^T \otimes A)\text{vec}(B), \\ \text{trace}(ABC) &= \text{vec}(A^T)^T(I_k \otimes B)\text{vec}(C). \quad \square\end{aligned}$$

**مثال ۲-۱۳-۳.** ضرب کرونگر دارای خواص متعددی است که برخی از آنها به صورت زیر هستند:

$$(1) \quad (A \otimes B)(C \otimes D) = (AC \otimes BD).$$

$$(2) \quad (A \otimes B)^{-1} = A^{-1} \otimes B^{-1}.$$

$$(3) \quad \text{اگر } A \in \mathbb{R}^{k \times l}, B \in \mathbb{R}^{l \times m}, C \in \mathbb{R}^{m \times k}, \text{ آنگاه}$$

$$\begin{aligned}\text{vec}(ABC) &= (C^T \otimes A)\text{vec}(B), \\ \text{trace}(ABC) &= \text{vec}(A^T)^T(I_k \otimes B)\text{vec}(C).\end{aligned}$$

**نتیجه ۲-۱۳-۴.** فرض کنید  $\alpha \in \mathbb{R}$  و  $K \in \mathbb{R}^{s \times s}, L \in \mathbb{R}^{p \times p}, E, F, M \in \mathbb{R}^{n \times ps}$  این صورت داریم:

$$1 - E^T \diamond (F + C) = E^T \diamond F + E^T \diamond C$$

$$2 - E^T \diamond (F(L \otimes I_s)) = (E^T \diamond F)L$$

**ملاحظه ۲-۱۳-۵.** تعریف ضرب  $\diamond$  برای اولین بار توسط بویولی و همکاران [۲] معرفی شد. اگرچه این ضرب جدید تأثیر زیادی در نتایج نظری آنها داشت، ولی ریشه اصلی این ضرب به ماتریس گرام<sup>۱</sup> باز می گردد، که در زیر به آن اشاره می شود.

**لم ۲-۱۳-۶ (۲، قضیه ۱۰.۲.۷).** فرض کنید  $G \in \mathbb{R}^{k \times k}$  یک ماتریس گرام از بردارهای  $\{v_1, \dots, v_k\} \subseteq \mathbb{R}^n$  بر حسب ضرب داخلی  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  باشد. آنگاه ماتریس  $G$  یک ماتریس نیمه معین مثبت است. به علاوه، ماتریس  $G$  معکوس پذیر است اگر و تنها اگر بردارهای  $v_1, \dots, v_k$  مستقل خطی باشند.

□

**برهان.** اثبات بدیهی است.

**قضیه ۲-۱۳-۷ (۳، قضیه ۱، صفحه ۴۱۱).** اگر  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  و  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$  به ترتیب، مقادیر ویژه  $C \in \mathbb{R}^{m \times m}$  و  $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$  باشند، آنگاه مقادیر ویژه  $p(C : D)$  عبارتند از  $p(\lambda_r, \mu_s)$  که  $r = 1, 2, \dots, m$  و  $s = 1, 2, \dots, n$ .

<sup>۱</sup>Gram matrix

**تعریف ۸-۱۳-۲** ([۱]، فرمول مکمل شور). فرض کنید که ماتریس  $M$  به صورت زیر افراز شده است:

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix},$$

که در آن  $D$  یک زیر ماتریس مربعی و معکوس پذیر است. فرمول مکمل شور  $D$  در  $M$ ، که با  $M/D = A - BD^{-1}C$  عبارت است از

### ۸-۱۳-۲-۱ ارجاع به محیط قضیه و غیره

با استفاده از دستور زیر

```
\begin{theorem}\label{your name}
```

مثلاً می‌توانید به یک قضیه برجسی نسبت دهید. برای سایر محیط‌ها مانند گزاره، تعریف و غیره به همین طریق می‌توانید عمل کنید.

اکنون، با استفاده از برجسی که به محیط قضیه، تعریف، گزاره، لم و یا هر محیط دیگری که داده‌اید، می‌توانید با دستور زیر

```
\ref{your name}
```

به محیط مورد نظر خود اشاره کنید.

برای مثال، من برای تعریف ۸-۱۳-۲ از برجسب `\label{mydef1}` استفاده کردم و با استفاده از دستور `\ref{mydef1}` به تعریف مورد نظر خودم، یعنی تعریف ۸-۱۳-۲ اشاره کردم. برای درک بیشتر به داخل فایل مراجعه کرده و نکات گفته شده را ببینید.

### ۸-۱۳-۲-۲ استفاده از دستور cite در محیط قضیه و غیره

در فایل اصلی، به گزاره ۲-۱۳-۲ و تعریف ۸-۱۳-۲ نگاه کنید. در این محیط‌ها، به ترتیب، از دستورات

```
\begin{proposition}[{\cite{ref name}}]
```

و

```
\begin{definition}[{\cite[your expression]{ref name}}]
```

استفاده شده است.

## ۱۴-۲- اضافه کردن تصویر و جدول به نوشته

در  $\text{\LaTeX}$  محیط شناور به محیطی گفته می شود که باید در یک صفحه واحد قرار گیرد و آن محیط شناور نمی تواند در چندین صفحه شکسته شود. از مهمترین محیط های شناور می توان به figure و table اشاره کرد. در ادامه به نحوه فراخوانی تصویر و جدول می پردازیم.

### ۱-۱۴-۲- اضافه کردن تصویر



شکل ۱-۲- در تصویر بالا یک شیر علاقه مند به لاتک را در حال دویدن می بینید

به روش ساده زیر، یک تصویر را می توان در نوشته ی خود آورد:

```
\begin{figure}[!htb]
\centerline{\includegraphics[keyvals]{imagefile}}
\caption{type your caption}
\label{your label}
\end{figure}
```

**تذکره ۵.** گزینه keyvals مربوط به کنترل اندازه یک تصویر است. برای این منظور، معمولاً از فرامین width، height و یا scale به صورت ترکیبی، یا ترکیبی استفاده می شود. برای مثال:

```
\includegraphics[width=3cm]
\includegraphics[width=15cm,height=6cm]
\includegraphics[width=50mm,scale=0.5]
```

**تذکره ۶.** گزینه imagefile مربوط به نام فایل عکسی است که قصد داریم از آن استفاده کنیم. در فراخوانی تصویر دلخواه خود، حتماً باید فایل تصویر در کنار فایل اصلی tex قرار گیرد. برای این منظور، در قالب پایان نامه، پوشه images در نظر گرفته شده است تا همه تصاویر در آن قرار بگیرند. سپس، برای استفاده از تصاویر این پوشه از دستور `\graphicspath{{images/}}` (که در فایل commands فراخوانی کردیم) استفاده شده است.

**تذکره ۷.** در فراخوانی تصویر، از علامت‌هایی که در پایین به آن اشاره می‌شود در جهت کنترل کردن مکان یک محیط شناور مانند تصویر استفاده می‌شود. در این راستا، توضیحات زیر را ملاحظه کنید.

**h:** به معنای این است که یک محیط شناور مانند تصویر (figure) در جایی از متن قرار می‌گیرد که محیط تصویر در آنجا نوشته شده است (البته با این فرض که به میزان کافی فضا در صفحه برای آن شکل موجود باشد).

**t:** به معنای این است که یک محیط شناور مانند تصویر (figure) در بالای صفحه جاری یا بالای صفحه بعد قرار گیرد.

**b:** به معنای این است که یک محیط شناور مانند تصویر (figure) در پایین صفحه جاری یا پایین صفحه بعد قرار گیرد.

**p:** به معنای این است که یک محیط شناور مانند تصویر (figure) در صفحه ای قرار گیرد که تنها شامل محیط‌های شناور مانند جدول و شکل است.

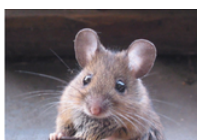
**H:** به معنای این است که یک محیط شناور مانند تصویر (figure) دقیقاً در جایی از متن قرار می‌گیرد که محیط تصویر در آنجا نوشته شده است (البته با این فرض که به میزان کافی فضا در صفحه برای آن شکل موجود باشد).

**!:** اجازه داده می‌شود که پارامترهای خاص  $\LaTeX$  برای تنظیم مکان محیط‌های شناور مانند figure نادیده گرفته شود.

**تذکره ۸.** در اغلب موارد (هرچند که شاید همه جا کاربرد نداشته باشد) استفاده از ترکیب `htb` توصیه می‌شود.

**تذکره ۹.** به تصویرها هم مانند فرمول‌ها و بخش‌ها می‌توان با شماره ارجاع داد. مثلاً تصویر ۲-۱-.

۲-۱۴-۱-۱- فراخوانی چند شکل کنار یکدیگر



(ج) یک موش

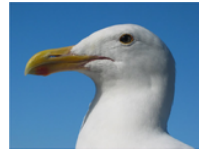
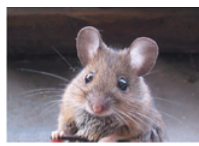


(ب) یک ببر



(آ) یک غو

شکل ۲-۲ - نمونه اول

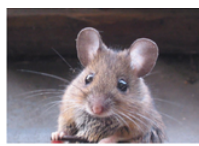


(ج)

(ب)

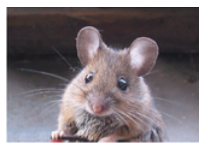
(آ)

شکل ۲-۳ - نمونه دوم



شکل ۲-۴ - نمونه سوم

تذکره ۱۰. توجه شود، دستور `\caption{}` باعث می‌شود که زیرنویس شکل حذف گردد. به علاوه، دستور `\caption[]{}{}` علاوه بر حذف زیرنویس شکل، باعث حذف عنوان شکل از قسمت «فهرست تصاویر» می‌شود. مانند مثال زیر:



شکل ۲-۵ -

تذکره ۱۱. می‌توان یک شکل بدون شماره و زیرنویس داشته باشیم. برای مثال، شکل زیر



## ۲-۱۴-۲ اضافه کردن جدول

تذکر ۱۲. در فرمت مصوب دانشگاه، یک جدول باید به صورت جدول ۲-۱- نوشته شود.

جدول ۲-۱- فرمت مصوب دانشگاه جهت تهیه جدول

ماده	$\mu/\rho$	$\rho(\text{g cm}^3)$	$20^\circ(\mu\text{m})$	$40^\circ(\mu\text{m})$	$60^\circ(\mu\text{m})$
مولبیدن اکسید	۹۲/۷	۴/۷۱	۱/۸	۲/۷	۳/۶
کلسیم کربنات	۳۹/۹	۲/۷۱	۷/۴	۱۱/۰	۱۷/۰

## ۲-۱۴-۳ چند نمونه جدول ساده

در ادامه به گونه های دیگری اشاره می کنیم.

جدول ۲-۲- دو زیرجدول ساده کنار یکدیگر بدون زیرنویس

۱	۲	۳	۱	۲	۳
۴	۵	۶	۴	۵	۶
۷	۸	۹	۷	۸	۹

جدول ۲-۳- دو زیرجدول ساده کنار یکدیگر بدون توضیح برای زیرنویس

(ب)

(آ)

۳	۴
۵	۶

۱	۲
۳	۴

جدول ۲-۴- دو زیرجدول ساده کنار یکدیگر با زیرنویس

(ب) جدول دوم

(آ) جدول اول

۳	۴
۵	۶

۱	۲
۳	۴

جدول ۲-۵- سه زیرجدول ساده کنار یکدیگر با زیرنویس

(آ) جدول اول (ب) جدول دوم (ج) جدول دوم

۸	۷	۴	۳	۲	۱
۱۰	۹	۶	۵	۴	۳

جدول ۲-۶- نمونه‌ای از یک جدول [۶]

نام مدل	درجه آزادی	تبدیل مختصات	توضیح
انتقالی	۲	$x' = x + t_x$ $y' = y + t_y$	انتقال دوبعدی
اقلیدسی	۳	$x' = x \cos \theta - y \sin \theta + t_x$ $y' = x \sin \theta + y \cos \theta + t_y$	انتقالی+دوران
مشابهت	۴	$x' = s x \cos \theta - s y \sin \theta + t_x$ $y' = s x \sin \theta + s y \cos \theta + t_y$	اقلیدسی+تغییر مقیاس
آفین	۶	$x' = a_{11}x + a_{12}y + t_x$ $y' = a_{21}x + a_{22}y + t_y$	مشابهت+اریب‌شدگی
پروجکتیو	۸	$x' = (m_1x + m_2y + m_3)/D$ $y' = (m_4x + m_5y + m_6)/D$ $D = m_7x + m_8y + 1$	آفین+chirping+keystone
شارنوری	$\infty$	$x' = x + v_x(x, y)$ $y' = y + v_y(x, y)$	حرکت آزاد

تذکر ۱۳. در فایل تک، به نحوه نوشتن زیرنویس جدول ۲-۶- مراجعه کنید و به نحوه خروجی زیرنویس در بالای جدول و در فهرست جداول توجه نمایید.

جدول ۲-۷- نمونه‌ای از یک جدول

$(A, B)$			G-OR-L(3)	G-MR-L(3)
$(A_1, B_1)$	$n = 2000, s = 100$ $\kappa_2(A) = 1.5$ $\kappa_2(B) = 1.4997$	باقیمانده تعداد تکرارها زمان اجرایی (ثانیه)	5.1214e-008 6 2.75	5.1342e-008 6 2.17
$(A_2, B_2)$	$n = 1000, s = 500$ $\kappa_2(A) = 3$ $\kappa_2(B) = 3$	باقیمانده تعداد تکرارها زمان اجرایی (ثانیه)	9.5702e-007 14 15.84	5.9173e-007 14 14.34

## ۲-۱۴-۴ - چند مرجع مناسب جهت فراخوانی تصویر و رسم جدول

در لینک های زیر مطالب بسیار جالبی را در ارتباط با فراخوانی تصویر و رسم جدول خواهید یافت.

- [https://www.sharelatex.com/learn/Inserting\\_Images](https://www.sharelatex.com/learn/Inserting_Images)
- <https://www.sharelatex.com/learn/Tables>
- <https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/Figures,Captions>
- <https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/Tables>



## ۲-۱۵- دو نمونه الگوریتم

تذکر ۱۴. لطفا در پایان نامه خود، الگوریتم فارسی استفاده کنید. ولی با این حال علاوه بر یک نمونه الگوریتم فارسی، یک نمونه الگوریتم انگلیسی را نیز بیان می کنیم.

## ۲-۱۵-۱- نمونه اول: الگوریتم فارسی

### الگوریتم ۱ الگوریتم فارسی

**ورودی:** ماتریس متقارن معین مثبت  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  و بردارهای  $b$  و  $x_0$ .

**خروجی:** جواب دستگاه  $Ax = b$ .

۱: محاسبه کنید  $r_0 := b - Ax_0$  و قرار دهید  $p_0 := r_0$ .

۲: برای  $j = 0, 1, 2, \dots$  انجام دهید:

$$\alpha_j = \frac{\langle r_j, r_j \rangle}{\langle Ap_j, p_j \rangle} \quad ۳$$

$$x_{j+1} = x_j + \alpha_j p_j \quad ۴$$

$$r_{j+1} = r_j - \alpha_j Ap_j \quad ۵$$

۶: بررسی معیار توقف: اگر  $\|r_{j+1}\|_2 < \epsilon$ ، آنگاه توقف کنید.

$$\eta_j = \frac{\langle r_{j+1}, r_{j+1} \rangle}{\langle r_j, r_j \rangle} \quad ۷$$

$$p_{j+1} = r_{j+1} + \eta_j p_j \quad ۸$$

تذکر ۱۵. الگوریتم ۱ یک الگوریتم با دستورات فارسی است.

## ۲-۱۵-۱- شکستن یک الگوریتم فارسی از یک صفحه به صفحه دیگر

### الگوریتم ۲ نمونه ای از یک الگوریتم فارسی شکسته شده در دو صفحه

**ورودی:** ماتریس متقارن معین مثبت  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  و بردارهای  $b$  و  $x_0$ .

**خروجی:** جواب دستگاه  $Ax = b$ .

۱: محاسبه کنید  $r_0 := b - Ax_0$  و قرار دهید  $p_0 := r_0$ .

۲: برای  $j = 0, 1, 2, \dots$  انجام دهید:

$$\alpha_j = \frac{\langle r_j, r_j \rangle}{\langle Ap_j, p_j \rangle} \quad ۳$$

$$x_{j+1} = x_j + \alpha_j p_j \quad ۴$$

---


$$r_{j+1} = r_j - \alpha_j A p_j \quad : 5$$

۶: بررسی معیار توقف: اگر  $\|r_{j+1}\|_2 < \epsilon$ ، آنگاه توقف کنید.

$$\eta_j = \frac{\langle r_{j+1}, r_{j+1} \rangle}{\langle r_j, r_j \rangle} \quad : 7$$

$$p_{j+1} = r_{j+1} + \eta_j p_j \quad : 8$$


---

۲-۱۵-۲ نمونه دوم: الگوریتم انگلیسی

---

الگوریتم ۳ الگوریتم انگلیسی

---

**Require:**  $n \geq 0 \vee x \neq 0$

**Ensure:**  $y = x^n$

```

1:  $y \leftarrow 1$ 
2: if  $n < 0$  then
3:    $X \leftarrow 1/x$ 
4:    $N \leftarrow -n$ 
5: else
6:    $X \leftarrow x$ 
7:    $N \leftarrow n$ 
8: end if
9: while  $N \neq 0$  do
10:  if  $N$  is even then
11:     $X \leftarrow X \times X$ 
12:     $N \leftarrow N/2$ 
13:  else  $\{N$  is odd $\}$ 
14:     $y \leftarrow y \times X$ 
15:     $N \leftarrow N - 1$ 
16:  end if
17: end while
```

---

۱-۲-۱۵-۲ شکستن یک الگوریتم انگلیسی از یک صفحه به صفحه دیگر

---

الگوریتم ۴ نمونه‌ای از یک الگوریتم انگلیسی شکسته شده در دو صفحه

---

**Require:**  $n \geq 0 \vee x \neq 0$

**Ensure:**  $y = x^n$

```

1:  $y \leftarrow 1$ 
2: if  $n < 0$  then
```

---

---

```

3:   $X \leftarrow 1/x$ 
4:   $N \leftarrow -n$ 
5:  else
6:     $X \leftarrow x$ 
7:     $N \leftarrow n$ 
8:  end if
9:  while  $N \neq 0$  do
10:    if  $N$  is even then
11:       $X \leftarrow X \times X$ 
12:       $N \leftarrow N/2$ 
13:    else { $N$  is odd}
14:       $y \leftarrow y \times X$ 
15:       $N \leftarrow N - 1$ 
16:    end if
17:  end while

```

---

تذکره ۱۶. در فایل اصلی حتما دستورات مربوط به نحوه نوشتن الگوریتم‌ها، نحوه شکستن‌ها و غیره توجه نمایید و کاملاً مطالعه و تمرین نمایید.

۲-۱۶- وارد کردن یک نمونه کد متلب با استفاده از بسته listings

```

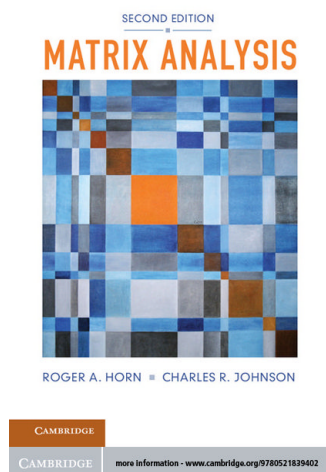
1 | function val = fibonacci(n)
2 | % Calculate n'th fibonacci number.
3 | if(n==0 || n==1)
4 |   val = 1;
5 |   return;
6 | else
7 |   val = fibonacci(n-1) + fibonacci(n-2);
8 | end
9 | end

```

## ۲-۱۷- اضافه کردن فایل PDF

یکی از راه‌های اضافه کردن فایل PDF استفاده از دستورات زیر است:

```
\includegraphics[scale=(for example 0.4)]{filename.pdf}
```



تذکر ۱۷. لازم به توضیح است که این فایل PDF که فراخوانی کردیم نیز مشابه سایر فایل تصاویر، در پوشه images قرار گیرد تا فراخوانی شود.

## ۲-۱۸- محیط شعر

برای استفاده از شعر پارسی، بسته bidipoem طراحی شده است. برای نمونه، به خروجی شعر زیر توجه نمایید.

منحنی قامت تابع ابروی توست خط مجانب بر آن، طره ی گیسوی توست  
حد رسیدن به تو، مبهم و بی انتهاست بازه تعریف دل، در حرم کوی توست  
بی تو وجودم بود یک سری واگرا ناحیه همگراش دایره روی توست  
مهر تو چون می‌دهد سمت به بردار دل هر طرفی روکنی، هم‌جهت و سوی توست  
پرتو خورشید شد مشتق از آن چشم تو گرمی و جان‌بخشی‌اش جزئی از آن خوی توست  
چون به عدد، یک تویی، من همه صفرها آن چه که معنا دهد قامت دلجوی توست  
گر شود آن دم که ما زوج مرتب شویم سر به رخت می‌نهم، چون که سرم گوی توست  
هجر و فراق شکست قائمه قائمی نقطه پرگار عشق واله و پی‌جوی توست

منحنی قائم تلح ابروی توست خط جانب بر آن، طره ی کیوی توست  
 حد رسیدن به تو، مبهم و بی انتهایست بازه تعریف دل، در حرم گوی توست  
 بی تو وجودم بود یک سری واکرا ناحیه بهکراش دایره روی توست  
 مهر تو خون می دهد سمت به برادر دل هر طرفی روکنی، هم جهت و سوی توست  
 پرتو خورشید شد مشتق از آن چشم تو گرمی و جان بخشی اش جزئی از آن خوی توست  
 خون به عدد، یک تویی، من همه صفرها آن چه که معنا دهد قامت و بجوی توست  
 گز شود آن دم که با زوج مرتب شویم سربزه ربهت می خنم، چون که سرم گوی توست  
 بجز و فراق سکست قائمه قائمی نقطه پرگار عشق واله و پی جوی توست

تذکره ۱۸. برای این که طول مصراع ها به درستی تنظیم شود، باید پرونده خود را دوباره پردازش کنید.



فصل سوم

عنوان فصل سوم





فصل سوم پایان نامه خود را در این قسمت بنویسید.



فصل چهارم

عنوان فصل چهارم



فصل چهارم پایان نامه خود را در این قسمت بنویسید.



## فصل پنجم

# نتیجه‌گیری و پیشنهادات





در این فصل، نتیجه‌گیری و پیشنهادات پایان‌نامه خود را بنویسید.



## فهرست منابع

- [1] Kumar N, Jong-Hyouk L, Collaborative-learning-automata-based channel assignment with topology preservation for wireless mesh networks under QoS constraints, IEE systems Journal, 2015, 9, 675-685.
- [2] Havens T C, Bezdek J C, Leckie C, Hall L O, Palaniswami M, Fuzzy c-means algorithms for very large data, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2015, 20, 1130-1146.
- [3] Li P, Wu Y F, Stress-strain model of FRP confined concrete under cyclic loading, Composite Structures, 2015, 134, 60-71.
- [4] Korkut T, Aygün B, Bayram Ö, Karabulut A, Study of neutron attenuation properties of super alloys with added rhenium, Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry, 2015, 306, 119-122.
- [5] Zou H, Li H, Tuning of PI-PD controller using extended non-minimal state space model predictive control for the stabilized gasoline vapor pressure in a stabilized tower, Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 2015, 142, 1-8.
- [۶] امین طوسی، محمد، نوشتن پروژه، پایان نامه و رساله با استفاده از کلاس IUST-Thesis، ۱۳۹۵، [www.parsilatex.com](http://www.parsilatex.com)
- [۷] دامن افشان، وحید، نوشتن یک مقاله دانشگاهی با زی پرشین، ۱۳۹۵، [www.panevis.ir](http://www.panevis.ir)
- [۸] بزرگ عصاره ح، کاظمی پور ع، افشین ح، فرهانیه ب، مطالع عددی پدیده گسترش آتش سوزی از یک منبع آتش به جسم مجاور در تونل، مجله مهندسی مکانیک مدرس، ۱۳۹۴، ۱۵، ۱-۱۱.



## واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

global steepest descent	تندترین کاهش سراسری
global minimal residual descen	کاهش باقیمانده کمین سراسری
convergence analysis	آنالیز همگرایی
residual	باقیمانده
worst-case	بدترین-حالت
numerical range	برد عددی
direction vector	بردار جهت
restarted	بهنگام شده



## واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

Function Space	فضای تابع
Measure	اندازه
Ordered	مرتب
Powerdomain	دامنه‌توانی
Probabilistic	احتمالی
Program Fragment	قطعه برنامه
Semantic Domain	دامنه معنایی
Stably	پایدار
Valuation	ارزیابی
Weak Topology	توپولوژی ضعیف





پیوست آ

**پیوست اول**



ضمیمه اول پایان نامه خود را در این قسمت بنویسید.



پیوست ب

پیوست دوم



ضمیمه دوم پایان نامه خود را در این قسمت بنویسید.





## **Abstract**

X<sub>3</sub>Persian is a set of macros written for XeTeX engine that allows users to typeset Persian easily. X<sub>3</sub>Persian package has been written by Vafa Khalighi.

**Keywords:** L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, X<sub>3</sub>Persian, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>





**Ministry of Science  
Research and Technology  
Graduate University of Advanced Technology  
Faculty of Science and Modern Technologies  
Department of Mathematics**

---

---

## **Writing M.Sc. Thesis Graduate University of Advanced Technology**

---

---

A Thesis for Degree of Master of Science (M.Sc.) in Applied Mathematics

**Farid Saberi Movahed**

**Supervisor–Supervisors**

**Dr. First name Last family (First Supervisor)**

**Dr. First name Last family (Second Supervisor)**

**Advisor–Advisors**

**Dr. First name Last family (First Advisor)**

**Dr. First name Last family (Second Advisor)**

December 2016